Tétel. *Legyen T egy tetszőleges test és $m \in T[x]$ egy tetszőleges polinom. A $T[x]/(m)$ maradékosztály-gyűrű akkor és csak akkor test, ha m irreducibilis T felett.*

Biz. Először tfh. m irreducibilis. Az előadásvázlatbeli 3.14. Állításból tudjuk, hogy $T[x]/(m)$ .... gyűrű. Ennek a gyűrűnek legalább két eleme van; például .... és .... két olyan polinom, amelyek nem kongruensek modulo m. Be kell látnunk, hogy $T[x]/(m)$ minden nemnulla elemének van .... Legyen $\overline{0} \neq \overline{f} \in T[x]/(m)$. Ekkor $m \nmid f$, és így $\mathrm{lnko}(f, m)$ ...., mert m .... Az előadásvázlatbeli .... szerint az $\overline{f}$ maradékosztálynak van multiplikatív inverze. Ezzel beláttuk, hogy $T[x]/(m)$ test.

Most tfh. m nem irreducibilis és m legalább elsőfokú. Ekkor vannak olyan $f, g \in T[x]$ polinomok, amelyekre $m =$ .... és $\deg f, \deg g$ .... Ebből következik, hogy $\overline{f} \cdot \overline{g} =$ ...., de $\overline{f}, \overline{g}$ .... Ezek alapján $\overline{f}$ és $\overline{g}$ .... a $T[x]/(m)$ gyűrűben, és így nincs multiplikatív inverzük. Tehát $T[x]/(m)$ nem test.

Hátravan még az az eset, amikor m .... polinom. Ha $m = 0$, akkor két polinom akkor és csak akkor kongruens modulo m, ha .... Ekkor tehát a $T[x]/(m)$ gyűrű izomorf magával a $T[x]$ gyűrűvel, ami nyilván nem test (például az .... polinomnak nincs multiplikatív inverze). Végül, ha $m = 0$, akkor $T[x]/(m)$ azért nem test, mert .... $\square$